TR pour 3^e^ TD

Une entreprise de transport doit faire effectuer chaque jour 5 tâches à 5 chauffeurs chacun doté d'un camion précis. Chaque tâche j (j=1,5) consiste à faire : parvenir un camion en Dj, procéder au chargement en Dj, conduire le camion en Aj, décharger en Aj. Chaque chauffeur part de son domicile avec son camion ; il effectue un trajet : domicile — Dj — Aj — domicile. On note : dDi,j la distance entre le domicile du chauffeur i et Dj, Adi,j la distance entre Ai et le domicile du chauffeur j, DAj la distance entre Dj et Aj. On donne :

((dDi,j)) =

18	14	34	14	13
31	18	25	27	22
21	22	25	23	23
17	30	23	27	30
31	37	10	39	39

((Adi,j)) =

25	13	24	33	32
42	35	33	28	16
18	33	25	25	39
30	17	21	24	15
30	35	25	15	20

(DAj) =

43	52	48	42	44

On demande de décider comment organiser la répartition des équipages (= couples camion-chauffeur) de façon à minimiser le kilométrage total parcouru.

1) FORMULATION POUR SE RAMENER A UNE APPROCHE CONNUE :

Pour se placer rigoureusement dans le cadre des « problèmes d'affectation » au sens du cours il faut : identifier ce qu'on affecte à quoi (soit : quelles affectations élémentaires ?),
puis évaluer de façon univoque le coût de chaque affectation élémentaire.
Ici on est porté à vouloir affecter (au sens précis : bijection) chacun des 5 chauffeurs (i = 1,5) à chacune des 5 tâches qu'on peut identifier par un trajet DAj (j = 1,5), sachant que la tâche ne se limite pas au parcours *chargé* DAj mais comporte aussi des parcours *à vide*.

Plus précisément le coût élémentaire d'affectation Ci,j du chauffeur i à la tâche comprenant le parcours chargé DAj se calcule comme : Ci,j = dDi,j + DAj + Adj,i

Maintenant le problème d'affectation est clairement posé ; on peut lancer la méthode hongroise sur la matrice 5x5 d'élément général Ci,j.

Je suggère de donner le résultat mais de ne pas engager les calculs avant d'avoir présenté le raffinage ci-après.

Résultat de l'application de la méthode hongroise, partant de la matrice de coûts d'affectation (Ci,j) :
le kilométrage minimal est 461,
une affectation minimale est :
{(chauf. 1,DA5), (chauf. 2,DA1), (chauf. 3,DA4), (chauf.4,DA3), (chauf. 5,DA2),}

2) RAFFINAGE possible AVANT TRAITEMENT PAR METHODE HONGROISE

Soit une affectation caractérisée par la permutation (x,y,z,u,v) des entiers de 1 à 5 [aux chauffeurs (1,2,3,4,5) elle fait correspondre respectivement les trajets identifiés par les parcours chargés DAx, DAy, DAz, DAu, DAv].
Sa valeur est :
V(x,y,z,u,v) = C1,x + C2,y + C3,z + C4,U + C5,v
= (dD1,x + DAx +Adx,1) + (dD2,y + DAy +Ady,2) + … + (dD5,v + DAv +Adv,5)
= (dD1,x + Adx,1) + (dD2,y + Ady,2) +…+ (dD5,v + Adv,5) + (DAx + DAy +...+ DAv)
= (dD1,x + Adx,1) + (dD2,y + Ady,2) +…+ (dD5,v + Adv,5) + 229.

Soit la matrice (C'i,j) d'élément général C'i,j = dDi,j + Adj,i. Soit V'(x,y,z,u,v) la valeur de l'affectation permutation (x,y,z,u,v) dans cette matrice. On a : V(x,y,z,u,v) = V'(x,y,z,u,v) + 229.

Il apparaît ainsi que les affectations sont rangées de la même manière, quant à leurs valeurs, que ce soit relativement à la matrice (Ci,j) ou à la matrice (C'i,j). Il est un peu moins lourd de calculer la matrice (C'i,j) que (Ci,j).

V'(x,y,z,u,v) représente le coût de (x,y,z,u,v) « à vide ». V(x,y,z,u,v) représente le coût de (x,y,z,u,v) tout compris (kilométrage « à vide » + kilométrage chargé). 229 est le kilométrage chargé intervenant identiquement dans n'importe quelle répartition des équipages aux tâches.

Voici la matrice (C'i,j) :

43	56	52	44	43
44	53	58	44	57
45	55	50	44	48
50	58	48	51	45
63	53	49	54	59

Application de la méthode hongroise (3 itérations).
Affectation mini = {(chauf. 1,DA5), (chauf. 2,DA1), (chauf. 3,DA4), (chauf.4,DA3), (chauf. 5,DA2)}
Sa valeur par rapport à (C'i,j) est : 232. On vérifie que 232 + 229 = 461.

Sur la mise en œuvre <u>: les inciter à se la coltiner</u>. S'il reste du temps (peu probable) peut-être utile de corriger une itération en passant par la technique du réseau associé.

Recherche heuristique

u1 = 43, u2 = 44, u3 = 44, u4 = 45, u5 = 49

0	13	9	1	0
0	9	14	0	13
1	11	6	0	4
5	13	3	6	0
14	4	0	5	10

$\cancel{0}^{2,1}$	9	9	1	$\cancel{0}^{2}$
${}_4 0^{2,1}$	5	14	$\cancel{0}^{2}$	13
1	7	6	${}_3 0^{1}$	4
5	9	3	6	${}_2 0^{1}$
14	${}_1 0^{1}$	$\cancel{0}^{1}$	5	10

v1 = 0, v2 = 4, v3 = 0, v4 = 0, v5 = 0
min = 3

$\cancel{0}^{2}$	6	6	1	${}_3 0^{2,1}$
${}_4 0^{2,1}$	2	11	$\cancel{0}^{2}$	13
1	4	3	${}_5 0^{1,0}$	4
5	6	${}_2 0^{2,1}$	6	$\cancel{0}^{2}$
17	${}_1 0^{1}$	$\cancel{0}^{2}$	8	13

couplage de taille 5 = taille support

Affectation = {(L1,C5),(L2,C1),(L3,C4), (L4,C3),(L5,C2)}

Coût = 43+44+44+48+53 = 232